

平成 24 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔I〕 袋の中に1から n までの自然数が1つずつ書かれたボールが n 個入っている。次の問いに答えよ。ただし $n \geq 3$ とする。

(1) 袋から3個のボールを同時に取り出すとき、3個のボールに書かれた数の和が8になる確率を求めよ。

(2) 袋から1個のボールを取り出して、書かれている数字を記録し袋に戻す。これを3回繰り返すとき、記録された3つの数字のうち、ちょうど2つが同じ数字になる確率を求めよ。

(3) (2)で求めた確率が $\frac{1}{2}$ 以上となる n の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 等式

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right) = 2$$

を満たす正の整数の組 (a, b, c) で $a \geq b \geq c$ を満たすものをすべて求めよ。

〔Ⅲ〕 連続な関数 $f(x)$ が以下の式を満たすとき、次の問いに答えよ。

$$\int_a^x (x-t)f(t) dt = \cos(ax) - b$$

ただし a, b は定数で $0 < a < 2$ とする。

- (1) 定数 a, b の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。
- (3) $f(x)$ が最大値をとるときの x の値を求めよ。

[IV] 3以上の自然数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=3}^n \frac{\log k}{k} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

とおいて数列 $\{S_n\}$ を定める。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) の増減と極値を調べよ。

(2) 4以上の自然数 n に対して不等式

$$S_n - \frac{\log 3}{3} \leq \int_3^n \frac{\log x}{x} dx \leq S_{n-1}$$

が成り立つことを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{(\log n)^2}$ を求めよ。