

平成 26 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

[I] 実数の定数 a, b に対し, 関数 $f(x) = \sin^2 2x - a(4 \cos^2 x - \cos 2x - 2) + b$ が与えられている。

- (1) $t = \cos 2x$ として $f(x)$ を t, a, b を用いて表せ。
- (2) すべての実数 x に対して不等式 $-1 \leq f(x) \leq 3$ が成り立つような点 (a, b) の範囲を図示せよ。

〔Ⅱ〕 実数 a, b, θ に対して、行列 A, R を以下のように定める。

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

また xy 平面内の相異なる 2 点 $P_0(p_x, p_y)$ および $Q_0(q_x, q_y)$ を考える。0 以上の整数 n に対し、行列 A^n の表す 1 次変換による点 P_0, Q_0 の像をそれぞれ P_n, Q_n とし、2 点 P_n, Q_n 間の距離を D_n とする。ただし A^0 は単位行列とする。

- (1) D_0 を p_x, p_y, q_x, q_y を用いて表せ。
- (2) 正の実数 s に対して、 $sR = A$ が成り立つとき、 s を a, b を用いて表せ。
- (3) D_n と D_0 の比 $\frac{D_n}{D_0}$ を a, b を用いて表せ。

〔Ⅲ〕 1以上の整数 p, q に対し, $B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $B(p, q) = B(q, p)$ が成り立つことを示せ。

(2) 関係式

$$B(p+1, q) = \frac{p}{p+q} B(p, q)$$

$$B(p, q+1) = \frac{q}{p+q} B(p, q)$$

が成り立つことを示せ。

(3) $B(5, 4)$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 a, b を正の実数とする。 xy 平面内の楕円 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点 P における C の接線を l とする。 P を媒介変数表示により $P(a \cos t, b \sin t) (0 \leq t < 2\pi)$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) t が $0 < t < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるとき、直線 l に直交し、楕円 C 上の点 $Q(a \cos \theta, b \sin \theta) (0 < \theta < \pi)$ で C に接する直線を m とする。接点 Q の座標を a, b, t を用いて表し、直線 m の方程式を求めよ。

(3) t が $0 < t < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるとき、直線 l と(2)で求めた直線 m との交点を R とする。線分 OR の長さを求めよ。ただし O は原点とする。