

平成 26 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(医学部生命科学科・工学部・農学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 方程式 $2(4^x + 4^{-x}) - 9(2^x + 2^{-x}) + 14 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $2^x + 2^{-x} = t$ とおいて t の満たす方程式を求めよ。
- (2) t の値を求めよ。
- (3) x の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 実数 a, b, θ に対して、行列 A, R を以下のように定める。

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

また xy 平面内の相異なる 2 点 $P_0(p_x, p_y)$ および $Q_0(q_x, q_y)$ を考える。0 以上の整数 n に対し、行列 A^n の表す 1 次変換による点 P_0, Q_0 の像をそれぞれ P_n, Q_n とし、2 点 P_n, Q_n 間の距離を D_n とする。ただし A^0 は単位行列とする。

- (1) D_0 を p_x, p_y, q_x, q_y を用いて表せ。
- (2) 正の実数 s に対して、 $sR = A$ が成り立つとき、 s を a, b を用いて表せ。
- (3) D_n と D_0 の比 $\frac{D_n}{D_0}$ を a, b を用いて表せ。

〔Ⅲ〕 1以上の整数 p, q に対し, $B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $B(p, q) = B(q, p)$ が成り立つことを示せ。

(2) 関係式

$$B(p, q+1) = \frac{q}{p} B(p+1, q)$$

$$B(p+1, q) + B(p, q+1) = B(p, q)$$

が成り立つことを示せ。

(3) 関係式

$$B(p+1, q) = \frac{p}{p+q} B(p, q)$$

$$B(p, q+1) = \frac{q}{p+q} B(p, q)$$

が成り立つことを示せ。

(4) $B(5, 4)$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対して、関係式

$$\frac{x^2}{(\cos \theta + 2)^2} + \frac{y^2}{(\sin \theta + 3)^2} = 1$$

を満たす第 1 象限内の点で、積 xy の値を最大にする点を $P(\theta)$ とする。

- (1) $P(0)$ の座標を求めよ。
- (2) $P(\theta)$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の軌跡の方程式を求めよ。