【工Ⅰ】【地域Ⅰ】

(1)　$2^x+2^{-x}=t$ より両辺を 2 乗して整理すると

$4^x+4^{-x}=t^2-2$

したがって，与えられた方程式は

$2(t^2-2)-9t+14=0$

すなわち　$2t^2-9t+10=0$

また，$2^x>0$, $2^{-x}>0$ より

相加平均・相乗平均の関係から

$$t \geqq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}}=2$$

よって t に関する方程式は

$2t^2-9t+10=0$ （$t \geqq 2$）（答）

(2)　(1)より $(2t-5)(t-2)=0$

$t=\dfrac{5}{2}$, 2 （$t \geqq 2$ を満たす）（答）

(3)　$t=\dfrac{5}{2}$ より，$x=\pm 1$

$t=2$ より，$x=0$

よって　　$x=0$, ± 1 （答）

【地域Ⅱ】

(1)　線分AB, APの垂直二等分線の方程式はそれぞれ

$$y=5,\ y=\frac{t}{3}x-\frac{t^2}{6}+\frac{3}{2}$$

この2直線の交点が円の中心となるので　$\left(\dfrac{t^2+21}{2t},\ 5\right)$　(答)

(2)　x軸との接点を$\mathrm{Q}(u,\ 0)$（$u>0$）とおくと，中心は$(u,\ 5)$であり，また(1)より中心は$\left(\dfrac{u^2+21}{2u},\ 5\right)$でもあるので

$$\frac{u^2+21}{2u}=u$$

$u>0$より$u=\sqrt{21}$

よって　$\left(x-\sqrt{21}\right)^2+(y-5)^2=25$　(答)

(3)　△ABPにおいて∠BAPは鈍角より∠APBは鋭角である。

△ABPにおいて正弦定理を用いて

$$\frac{\mathrm{AB}}{\sin\angle\mathrm{APB}}=2R \qquad (R:\triangle\mathrm{ABP}\text{の外接円の半径})$$

$$\sin\angle\mathrm{APB}=\frac{2}{R}$$

∠APBが鋭角であることより，sin∠APBが最大のとき∠APBも最大となる。

すなわちRが最小のとき∠APBは最大となる。

Rが最小となるのは外接円がx軸と接するときであり，(2)より$\mathrm{P}\left(\sqrt{21},\ 0\right)$　(答)

【地域Ⅲ】【医Ⅰ】

(1)　$t=\cos 2x$ より

$$\sin^2 2x=1-t^2,\ \cos^2 x=\frac{1+t}{2}$$

よって　$f(x)=-t^2-at+b+1$ （答）

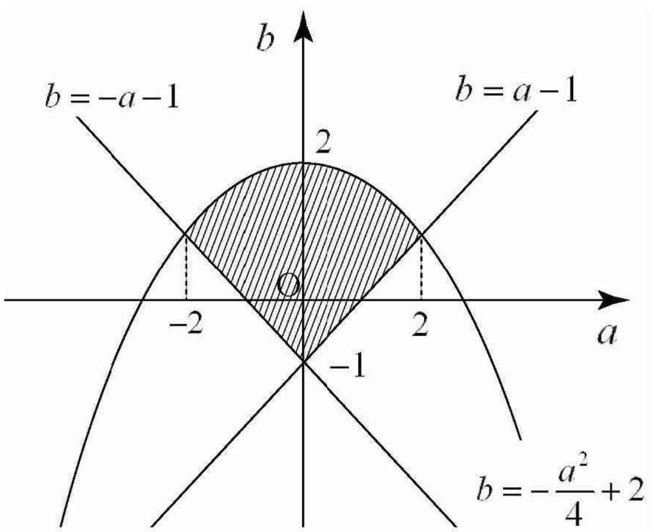
(2)　$g(t)=-t^2-at+b+1$　とおくと

$$g(t)=-\left(t+\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+b+1$$

条件を満たすには，$-1\leqq t\leqq 1$ における $g(t)$ の最大値が 3 以下，最小値が－1 以上になればよい。したがって，a について

（ⅰ）$a<-2$　（ⅱ）$-2\leqq a<0$　（ⅲ）$0\leqq a<2$　（ⅳ）$2\leqq a$

の 4 つの場合分けを考えることにより，以下の斜線部となる（境界含む）。



（答）

【地域Ⅳ】

(1)　$f(2)=3,\ f(3)=15$ （答）

(2)　条件より $i_1=1$ であることがわかる。

$2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 2n$ の中から1つ選びそれを i_2 とする。（$2n-1$ 通り）

このとき，$i_3,\ i_4,\ \cdots,\ i_{2n}$ に対する条件は

$i_{2k-1}<i_{2k}$ （$k=2,\ 3,\ \cdots,\ n$）

$i_3<i_5<\cdots<i_{2n-1}$

であるので，残った $2n-2$ 個の自然数を $i_3,\ i_4,\ \cdots,\ i_{2n}$ に条件を満たすように当てはめる当てはめ方は $f(n-1)$ 通り。

したがって　$f(n)=(2n-1)f(n-1)$ （答）

(3)　(2)より

$$f(n)=(2n-1)\cdot(2n-3)\cdot\cdots\cdot3\cdot1\cdot f(1)$$

$$=\frac{(2n)\cdot(2n-1)\cdot(2n-2)\cdot\cdots\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(2n)\cdot(2n-2)\cdot\cdots\cdot4\cdot2}$$

$$=\frac{(2n)!}{2^n n!}$$ （答）