【工Ⅰ】【医Ⅰ】【地Ⅱ】

(1) (a) 一の位が偶数より，$2\cdot 4^4=512$ 通り　(答)

(b) 各位の和が9の倍数になるものを数え上げて，

11124，11133，11223，12222，24444，33444

並べ替えを考慮に入れて

$20+10+30+5+5+10=80$ 通り　(答)

(c) 万の位が3，4のとき　$2\cdot 4^4=512$

万の位が2のとき，千の位が2，3，4より　$3\cdot 4^3=192$

よって　$512+192=704$ 通り　(答)

(2) (医学科のみ)

5桁の整数は全部で $4^5=1024$ 個あるので

${}_{1024}H_2={}_{1025}C_2=524800$ 通り　(答)

【医Ⅱ】【工Ⅱ】【地Ⅲ】

(1)　Hは平面ABC上の点より $s+t+u=1$　…①

また，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp$（平面ABC）より $\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ から

$$\begin{cases} -2s+3t+u=0 & \cdots② \\ -2s+t+4u=0 & \cdots③ \end{cases}$$

①，②，③より　$s=\dfrac{11}{21}$，$t=\dfrac{2}{7}$，$u=\dfrac{4}{21}$　(答)

(2)　(1) の結果から $\overrightarrow{\mathrm{AH}}=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{4}{21}\overrightarrow{\mathrm{AC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AH}}=\dfrac{10}{21}\cdot\dfrac{3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{5}$

∴　BP : PC＝2 : 3　(答)

(3)　(2) より

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\left(-1,\ \frac{8}{5},\ \frac{4}{5}\right)$$

∴　$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|=\dfrac{\sqrt{105}}{5}$　(答)

【医Ⅲ】【工Ⅲ】

(1) C_1 上の点 $\left(a,\ \sqrt{a}\right)$ における接線は，$y-\sqrt{a}=\dfrac{1}{2\sqrt{a}}\left(x-a\right)$ より

$$\therefore\quad L_1 : y=\frac{1}{2\sqrt{a}}x+\frac{\sqrt{a}}{2}\quad (答)$$

(2) C_2 上の点 $\left(b,\ \dfrac{1}{b}\right)$（$b>0$）における接線の傾きは $y'=-\dfrac{1}{x^2}$ より $-\dfrac{1}{b^2}$

$L_1\perp L_2$ から $\dfrac{1}{2\sqrt{a}}\cdot\left(-\dfrac{1}{b^2}\right)=-1\qquad \therefore\quad b=\dfrac{1}{\sqrt[4]{4a}}$

したがって $y-\sqrt[4]{4a}=-2\sqrt{a}\left(x-\dfrac{1}{\sqrt[4]{4a}}\right)$

$$\therefore\quad L_2 : y=-2\sqrt{a}x+2\sqrt[4]{4a}\quad (答)$$

(3) (2) の結果より OA$=\sqrt[4]{\dfrac{4}{a}}$，OB$=2\sqrt[4]{4a}$

したがって，$l=\sqrt[4]{\dfrac{4}{a}}+2\sqrt[4]{4a}$

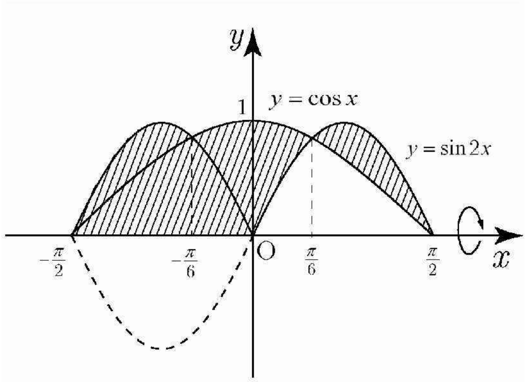
$\sqrt[4]{\dfrac{4}{a}}>0$，$2\sqrt[4]{4a}>0$ より相加平均・相乗平均の関係から

$l\geqq 2\sqrt{\sqrt[4]{\dfrac{4}{a}}\cdot 2\sqrt[4]{4a}}=4$　（等号成立は $a=\dfrac{1}{4}$ のとき）

$\therefore$　最小値 4　(答)

【工Ⅳ】

(1)　$\cos x = \sin 2x \iff \cos x\left(2\sin x - 1\right) = 0$



$\cos x = 0$　または　$\sin x = \dfrac{1}{2}$

$-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ より　$x = \dfrac{\pi}{6},\ \pm\dfrac{\pi}{2}$　(答)

(2)　求める体積V は

$$V = 2\left\{\pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 x dx + \pi\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 2x dx\right\} - \pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^2 2x dx - \pi\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx$$

$$= \pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(1+\cos 2x\right)dx + \pi\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\cos 4x\right)dx - \pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1-\cos 4x}{2}dx - \pi\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2x}{2}dx$$

$$= \pi\left[x + \frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{6}} + \pi\left[x - \frac{1}{4}\sin 4x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \pi\left[\frac{x}{2} - \frac{1}{8}\sin 4x\right]_0^{\frac{\pi}{6}} - \pi\left[\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi^2}{4} + \frac{9\sqrt{3}}{16}\pi \quad \text{(答)}$$