【地 I】

点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とすると，

$\mathrm{AH}=\sqrt{6}$，$\mathrm{BH}=\sqrt{2}$，$\mathrm{CH}=\sqrt{6}$ より，

△ACH は直角二等辺三角形となるので

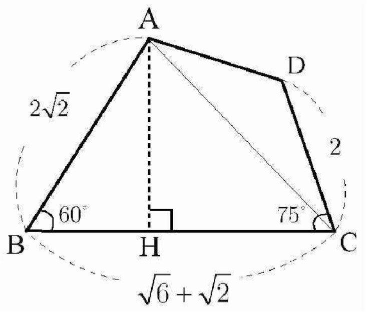
$\mathrm{AC}=2\sqrt{3}$，$\angle\mathrm{ACH}=45^\circ$

求める面積 S は

$S=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACD}$

$$S=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{2}$$

$$=2\sqrt{3}+3 \quad \text{(答)}$$



【工Ⅰ】【医Ⅰ】【地Ⅱ】

(1) (a) 一の位が偶数より，$2 \cdot 4^4 = 512$ 通り　(答)

(b) 各位の和が 9 の倍数になるものを数え上げて，

11124，11133，11223，12222，24444，33444

並べ替えを考慮に入れて

$20 + 10 + 30 + 5 + 5 + 10 = 80$ 通り　(答)

(c) 万の位が 3，4 のとき　$2 \cdot 4^4 = 512$

万の位が 2 のとき，千の位が 2，3，4 より　$3 \cdot 4^3 = 192$

よって　$512 + 192 = 704$ 通り (答)

(2) (医学科のみ)

5 桁の整数は全部で $4^5 = 1024$ 個あるので

${}_{1024}H_2 = {}_{1025}C_2 = 524800$ 通り　(答)

【医Ⅱ】【工Ⅱ】【地Ⅲ】

(1)　Hは平面ABC上の点より $s+t+u=1$　…①

また，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp$（平面ABC）より $\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ から

$$\begin{cases} -2s+3t+u=0 & \cdots② \\ -2s+t+4u=0 & \cdots③ \end{cases}$$

①，②，③より　$s=\dfrac{11}{21}$，$t=\dfrac{2}{7}$，$u=\dfrac{4}{21}$　(答)

(2)　(1) の結果から $\overrightarrow{\mathrm{AH}}=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{4}{21}\overrightarrow{\mathrm{AC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AH}}=\dfrac{10}{21}\cdot\dfrac{3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{5}$

∴　BP : PC＝2 : 3　(答)

(3)　(2) より

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\left(-1,\ \frac{8}{5},\ \frac{4}{5}\right)$$

∴　$\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|=\dfrac{\sqrt{105}}{5}$　(答)

【地Ⅳ】

(1)　$5!+4!+3!=\left(5\cdot4+4+1\right)\cdot3!=150$　(答)

(2)　$a!+2$ が 2 の累乗になると仮定すると $a!+2=2^k$ (k は整数)とおくことができる。

ここで，$a \geqq 4$ より k は 5 以上の整数となる。このとき，$\dfrac{a!}{2}=2^{k-1}-1$ となり，

$k \geqq 5$ から右辺は奇数，$a \geqq 4$ から左辺は偶数となり矛盾。　(証終)

(3)　$\dfrac{a!}{2}+4$ が 2 の累乗になると仮定すると $\dfrac{a!}{2}+4=2^l$ (l は整数)とおくことができる。

ここで，$a \geqq 6$ より l は 9 以上の整数となる。

このとき，$\dfrac{a!}{2}=2^l-4$ から $\dfrac{a!}{8}=2^{l-2}-1$ となり，$l \geqq 9$ から右辺は奇数，

$a \geqq 6$ から左辺は偶数となり矛盾。　(証終)

(4)　$c \geqq 3$ のとき，$a \geqq b \geqq c \geqq 3$ より $a!+b!+c!$ は $3!$（$=6$）を約数にもつので
$c=1$，2 としてよい。

（ⅰ）$c=1$ のとき　$a!+b!+1=2^m$（m は 2 以上の整数）
$b \geqq 2$ とすると左辺は奇数，右辺は偶数となり矛盾ゆえ $b=1$ としてよく
$a!+2=2^m$ は(2) より $1 \leqq a \leqq 3$ に限られ，$a=2$，3

（ⅱ）$c=2$ のとき　$a!+b!+2=2^n$（n は 3 以上の整数）

$b \geqq 4$ とすると　$\dfrac{a!}{2}+\dfrac{b!}{2}+1=2^{n-1}$

左辺は奇数，右辺は偶数となり矛盾ゆえ $b=2$，3 としてよく

(イ) $b=2$ のとき $\dfrac{a!}{4}+1=2^{n-2}$ より成立しない

(ロ) $b=3$ のとき $\dfrac{a!}{2}+4=2^{n-1}$ より(3)から $3 \leqq a \leqq 5$ に限られ，$a=4$，5

以上(ⅰ)，(ⅱ)より

$\left(a,\ b,\ c\right)=\left(2,\ 1,\ 1\right),\ \left(3,\ 1,\ 1\right),\ \left(4,\ 3,\ 2\right),\ \left(5,\ 3,\ 2\right)$　(答)