

【地Ⅰ】

- (1) 点Gは△ABCの重心であるから、△EFG ∽ △BCG
 相似比1:2より △EFG : △BCG = 1² : 2² ∴ △BCG = 4S (答)
 また △ABC : △BCG = 3 : 1 より △ABC = 12S
 △ABC : △AFE = 4 : 1 より △AFE = 3S (答)
- (2) 四角形AFGEの面積をTとおくと T = △AFE + △EFG より T = 4S
 したがって 3倍 (答)

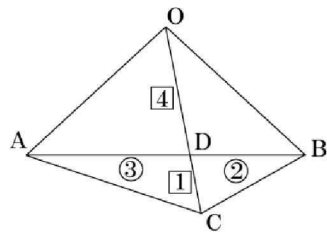
【地Ⅱ】

- (1) 条件より $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 2$ が成り立ち、
 $|4\vec{OC}| = |2\vec{OA} + 3\vec{OB}|$ の両辺を2乗して $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1$ (答)
- (2) $|\vec{AB}|^2 = |\vec{OB} - \vec{OA}|^2$ より $|\vec{AB}| = \sqrt{6}$ (答)
- (3) $2\vec{OA} + 3\vec{OB} - 4\vec{OC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OC} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2\vec{OA} + 3\vec{OB}}{5}$
 $\therefore \vec{OD} = \frac{2\vec{OA} + 3\vec{OB}}{5}$ (答)
- (4) △OABの面積をS₁、△ACBの面積をS₂とおく。

$$S_1 = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{OA}|^2 |\vec{OB}|^2 - (\vec{OA} \cdot \vec{OB})^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$OD : DC = 4 : 1 \text{ より } S_2 = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\text{よって四角形OBCA} = \frac{5\sqrt{15}}{8} \text{ (答)}$$



【医Ⅱ】【工Ⅱ】【地Ⅲ】

- (1) $k(x^2 + y^2 - 4) + x - y + 1 = 0$ より k に関する恒等式とみなして

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{これを解いて, } x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$$

したがって、求める定点 A, B の座標は $\left(\frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}\right)$ (複号同順) (答)

- (2) 円 C の方程式は

$$\left(x + \frac{1}{2k}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2k}\right)^2 = 4 - \frac{1}{k} + \frac{1}{2k^2} \quad \text{より, 中心 } D\left(-\frac{1}{2k}, \frac{1}{2k}\right)$$

$$\begin{aligned} DE^2 &= \left(1 + \frac{1}{2k}\right)^2 + \left(5 - \frac{1}{2k}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - 4\right)^2 + 18 \end{aligned}$$

$k > 0$ より $\frac{1}{k} > 0$ なので, $\frac{1}{k} = 4$ すなわち $k = \frac{1}{4}$ のとき最小となる。

よって $k = \frac{1}{4}$, $r = 2\sqrt{2}$ (答)

- (3) 【医】のみ $k = \frac{1}{4}$ より, 円 C: $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$

$P(x, y)$, $Q(a, b)$ とおくと

$$\begin{cases} (a+2)^2 + (b-2)^2 = 8 \\ x = \frac{a+1}{2}, y = \frac{b+5}{2} \end{cases}$$

より, 点 P の軌跡は $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = 2$

この円の中心 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ から直線 $x - y + 1 = 0$ までの距離 $d = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ であり,

$AB = \sqrt{14}$ であるので,

$\triangle ABP$ の面積の最大値は $\frac{1}{2} \times \sqrt{14} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}\right) = \frac{5}{2}\sqrt{7}$ (答)

【医 I】【工 I】【地 IV】

$$(1) C_n : y = \frac{1}{a_n} x^2$$

$y' = \frac{2x}{a_n}$ より点 P_n における接線の傾きは 2 より直線 l_n の傾きは $-\frac{1}{2}$

$$l_n : y - a_n = -\frac{1}{2}(x - a_n) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n$$

l_n と C_n の交点の x 座標は

$$\frac{1}{a_n} x^2 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n \Leftrightarrow (2x + 3a_n)(x - a_n) = 0 \quad \therefore x = a_n, -\frac{3}{2}a_n$$

よって $a_{n+1} = -\frac{3}{2}a_n$ より $a_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ (答)

$$(2) A_n = \left| \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} \left\{ \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}a_n\right) - \frac{1}{a_n}x^2 \right\} dx \right|$$
$$= \left| -\frac{1}{a_n} \int_{-\frac{3}{2}a_n}^{a_n} (x - a_n) \left(x + \frac{3}{2}a_n\right) dx \right|$$
$$= \left| \frac{1}{6a_n} \left\{ a_n - \left(-\frac{3}{2}a_n\right) \right\}^3 \right| = \frac{125}{48} a_n^2$$

$$\therefore A_n = \frac{125}{48} \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1}$$

したがって

$$\sum_{k=1}^n A_k = \sum_{k=1}^n \frac{125}{48} \left(\frac{9}{4}\right)^{k-1} = \frac{25}{12} \left\{ \left(\frac{9}{4}\right)^n - 1 \right\} \quad (\text{答})$$